

# TEMA 21

# MATEMÁTICAS

---

BLOQUE TRES

GEOMETRÍA

---



## GEOMETRÍA

### ELEMENTOS BÁSICOS DE LA GEOMETRÍA DEL PLANO. PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

Geometría es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades de las figuras geométricas. Los elementos básicos son tres:

- El punto
- La recta
- El plano

El punto es una figura geométrica sin dimensión, tampoco posee longitud, área, volumen, ni otro ángulo dimensional. No es un objeto físico. Describe una posición en el espacio, determinada respecto de un sistema de coordenadas preestablecidas.

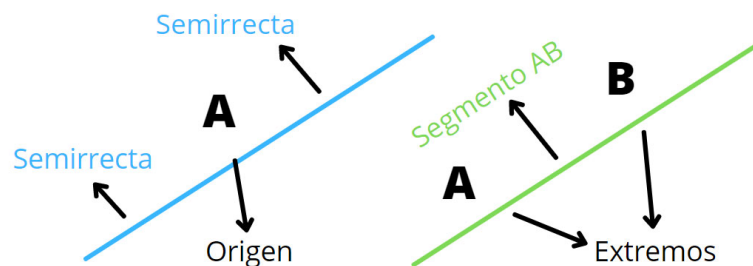
Postulados en geometría euclidiana con respecto al punto:

- Por un punto pasan infinitas rectas y planos.
- Dos puntos determinan una recta y sólo una.
- Una recta contiene infinitos puntos.
- Un plano contiene infinitos puntos e infinitas rectas.
- El espacio contiene infinitos puntos, rectas y planos.

Los puntos suelen nombrarse con una letra mayúscula

La **recta** es una línea formada por una serie continua de puntos en una misma dirección que no tiene curvas ni ángulos y cubre la menor distancia posible entre dos puntos. De esta forma podemos decir que una recta está determinada por dos puntos en el plano.

Al marcar un punto en una recta, la estamos dividiendo en dos partes las cuales llamamos **semirrectas**.



Las rectas suelen nombrarse con una letra minúscula.

Si marcamos otro punto, la parte de la recta comprendida entre esos dos puntos se llama **segmento**, y dos puntos son los extremos del segmento.

El **plano** es un objeto ideal que solo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas.

Un plano queda definido por los siguientes elementos geométricos:

- Tres puntos no alineados.
- Una recta y un punto exterior a ella.
- Dos rectas paralelas o dos rectas que se cortan.

En un espacio euclidiano tridimensional, podemos hallar los siguientes hechos:

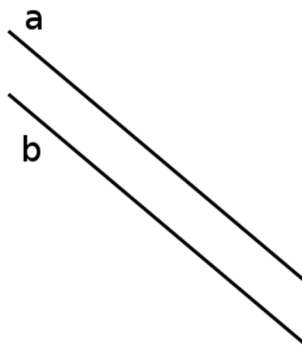
- O dos planos son paralelos, o se intersecan en una línea.
- O una recta es paralela a un plano, o se interseca con el mismo en un punto, o está contenida en él.
- Dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas entre sí.
- Dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos entre sí.

Se llama **semiplano** a cada una de las dos partes en que un **plano** queda dividido por una recta.

Los planos suelen nombrarse con una letra del alfabeto griego

**a.** Rectas que no se cortan

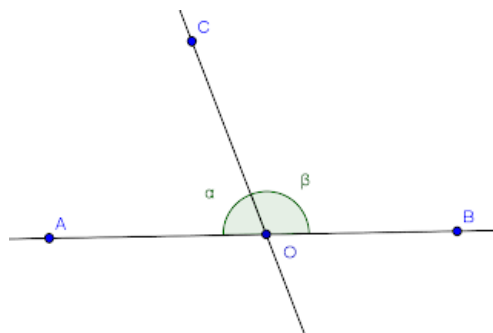
Las rectas de la figura no se cortan en ningún punto, y si prolongamos los segmentos que las representan, vemos que tampoco conseguimos que se corten. Decimos que estas rectas son paralelas.



Las rectas paralelas en el plano no tienen ningún punto en común.

**b.** Rectas que se cortan

Las rectas de la figura de abajo se cortan en un punto. Decimos entonces que son secantes.



Podemos encontrarnos con segmentos representando rectas que aparentemente no se cortan, sin embargo, si prolongamos dichos segmentos observamos que las rectas se cortan.

- Las **rectas secantes** siempre tienen un punto en común en el plano.
- Dos rectas de un mismo plano que no sean paralelas serán secantes en un punto.
- Si una recta fuese secante y formase un ángulo recto de 90 con otra recta, se dice que son **perpendiculares**.

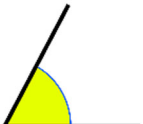
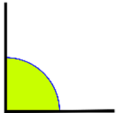


## PERPENDICULARIDAD. ÁNGULOS Y SUS RELACIONES

Cuando dos semirrectas tienen el mismo origen, llamamos ángulo a la parte del plano comprendida entre ellas.

Las semirrectas son los lados del ángulo, mientras que el punto común el vértice.

Para medir ángulos dividimos el ángulo recto en 90 partes iguales. Cada una de ellas se llama grado y se representa con el símbolo °.

Los ángulos se clasifican según su medida en:

Agudo	Recto	Obtuso	Llano
			
<b>Si mide menos de 90°.</b>	<b>Si mide 90°.</b>	<b>Si mide más de 90°.</b>	<b>Si mide 180°.</b>

- Ángulos complementarios  
 Dos ángulos,  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$ , son complementarios si sumados dan un ángulo recto:  

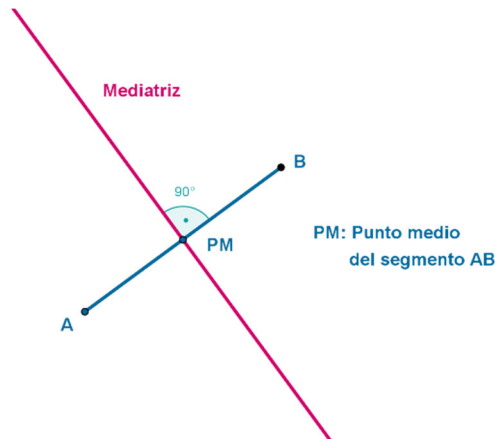
$$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$$
- Ángulos suplementarios  
 Dos ángulos,  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$ , son suplementarios si sumados dan un ángulo llano:  

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

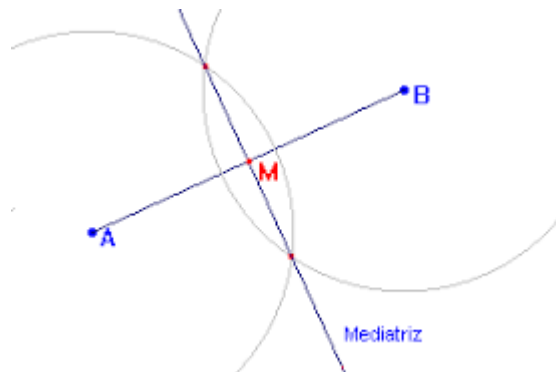
## CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS SENCILLAS: MEDIATRIZ Y BISECTRIZ

### MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO

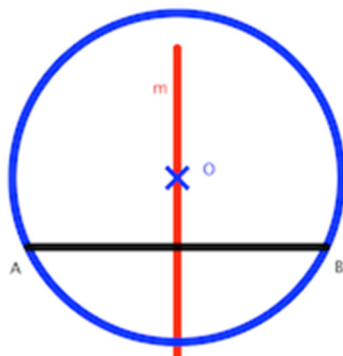
El punto medio de un segmento es el punto que divide un segmento en dos partes iguales. Si quisiéramos trazar una recta perpendicular sobre dicho segmento, de forma que pasase por el punto medio, estaríamos dibujando su mediatriz.



La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio. Para construir la mediatriz de un segmento AB seguiríamos los siguientes pasos:



- Con centro en A, trazamos un arco de radio mayor que la mitad de AB.
- Con el mismo radio, y centro en B, trazamos otro arco que cortará el anterior en dos puntos.
- Trazamos una recta que pase por ambos puntos de corte de los arcos. Esta recta será perpendicular a AB y pasará por el punto medio M.



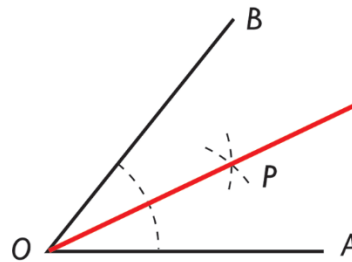
- Las distancias AO y BO son iguales.
- Toda circunferencia con centro en un punto de la mediatriz que pase por uno de los extremos del segmento pasará también por el otro.
- A y B son simétricos con respecto a la mediatriz

## BISECTRIZ DE UN ÁNGULO

En este caso queremos dividir un ángulo en dos partes iguales a través de una recta que pase por su vértice. Decimos entonces que esta recta es la **bisectriz**.

Para construir la bisectriz de un ángulo procedemos de la siguiente manera:

1. Con centro en el vértice O, trazamos un arco cualquiera que corte los lados del ángulo.
2. Con centro en estos puntos de corte y con el mismo radio, trazamos dos arcos, uno por punto de corte. Los arcos se cortarán en el punto P.
3. Trazamos la recta que pasa por O y por P. Esta recta divide el ángulo en dos partes iguales, y es la bisectriz del ángulo.



Los puntos de la bisectriz son equidistantes a los dos lados del ángulo.

## FIGURAS PLANAS ELEMENTALES.


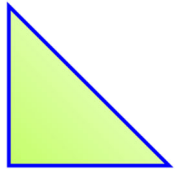

### TRIÁNGULOS. CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS.




Un **triángulo** es una región del plano formada por una línea poligonal cerrada de tres segmentos y los puntos interiores a ella.

Los segmentos de la línea poligonal son sus lados. Estos lados forman tres ángulos, que son sus ángulos, y sus vértices son los vértices del triángulo.

Los triángulos se pueden clasificar de dos formas:

- Por sus ángulos: rectángulos, acutángulos y obtusángulos
- Por sus lados: equilátero, isósceles y escalenos

Según sus ángulos:		
<b>Acutángulo</b> <b>Tres ángulos agudos.</b>	<b>Rectángulo</b> <b>Un ángulo recto.</b>	<b>Obtusángulo</b> <b>Un ángulo obtuso.</b>
		

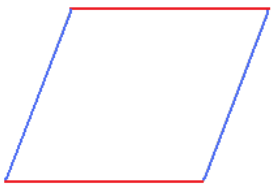
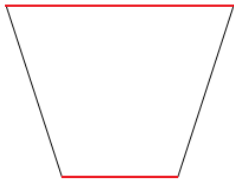
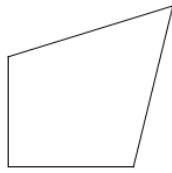
<b>Según sus lados:</b>		
<b>Equilátero</b> <b>Tres lados iguales.</b>	<b>Isósceles</b> <b>Dos lados iguales.</b>	<b>Escaleno</b> <b>Tres lados desiguales.</b>
		

**CUADRADOS. CLASIFICACIÓN DE CUATRILÁTEROS.**

Un cuadrilátero es una región del plano formada por una línea poligonal cerrada de cuatro segmentos y los puntos interiores a ella.

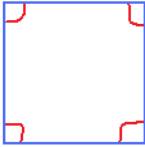



Los segmentos de la línea poligonal son sus lados. Estos forman cuatro ángulos con sus respectivos vértices, los cuales son los ángulos y vértices del cuadrilátero.

Los cuadriláteros se clasifican de acuerdo al paralelismo de sus lados:

<b>Paralelogramos</b>	<b>Trapecios</b>	<b>Trapezoides</b>
<b>Los lados opuestos son paralelos.</b>	<b>Dos lados son paralelos.</b>	<b>Ningún lado es paralelo.</b>
		




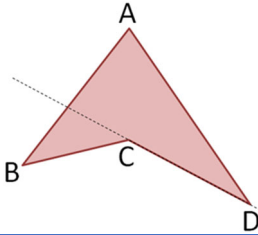


El grupo de los paralelogramos lo podemos dividir y clasificar a su vez según los lados y ángulos que presenten.

Cuadrado	Rectángulo	Rombo	Romboide
<b>Cuatro lados iguales.</b>	<b>Lados paralelos iguales.</b>	<b>Cuatro lados iguales.</b>	<b>Lados paralelos iguales.</b>
			

### FIGURAS POLIGONALES.

Un polígono es una región del plano formada por una línea poligonal cerrada y todos los puntos interiores a ella.

Los polígonos se clasifican según el número de lados en:

<b>Triángulo:</b> 3 lados	<b>Cuadrilátero:</b> 4 lados	<b>Pentágono:</b> 5 lados	<b>Hexágono:</b> 6 lados
		<b>Pentágono regular</b> 	
<b>Heptágono:</b> 7 lados	<b>Octógono:</b> 8 lados	<b>Eneágono:</b> 9 lados	<b>Decágono:</b> 10 lados
